

26/10/2016

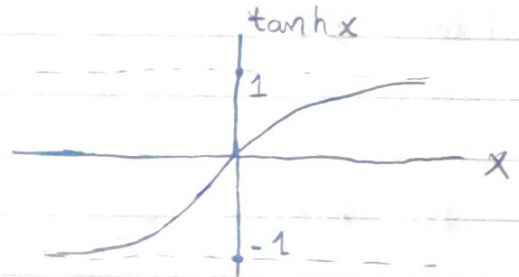
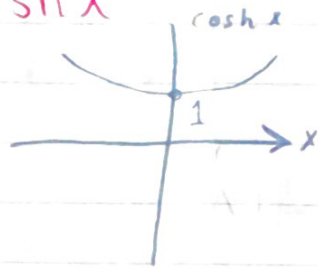
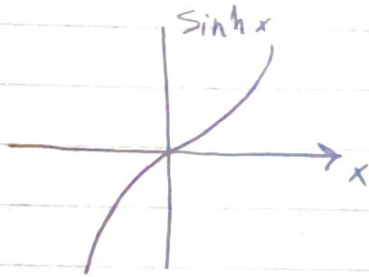
الأربعاء

د. محمود قهي

محاضرة 5

* Hyperbolic tangent function (\tanh)

$$\tanh = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$



$$\frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 = \tanh x = \text{bipolar sigmoid at } \alpha = 2$$

* The hyperbolic tangent $\tanh x$ is the same as a bipolar sigmoidal function $g(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$ ($\alpha = 2$)

$$\frac{2}{1 + e^{-\alpha x}} - 1 = \tanh\left(\frac{\alpha x}{2}\right)$$

* The bipolar sigmoidal function $g(x) = \frac{2}{1 + e^{-\alpha x}}$ is the same as a hyperbolic tangent function of the form $\tanh\left(\frac{\alpha x}{2}\right)$

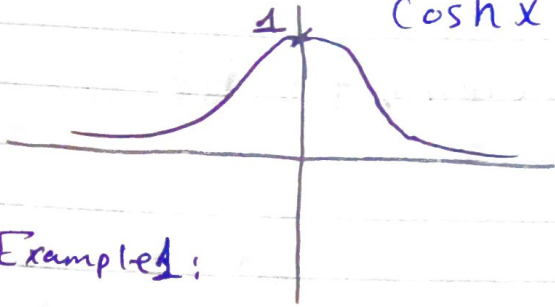
$$\frac{d}{dx} (\tanh x) = \text{sech}^2 x \quad \text{التفاضل}$$

$$\text{sech}^2 x = 1 - \tanh^2 x$$

$$\frac{d}{dy} (s) = 1 - s^2$$

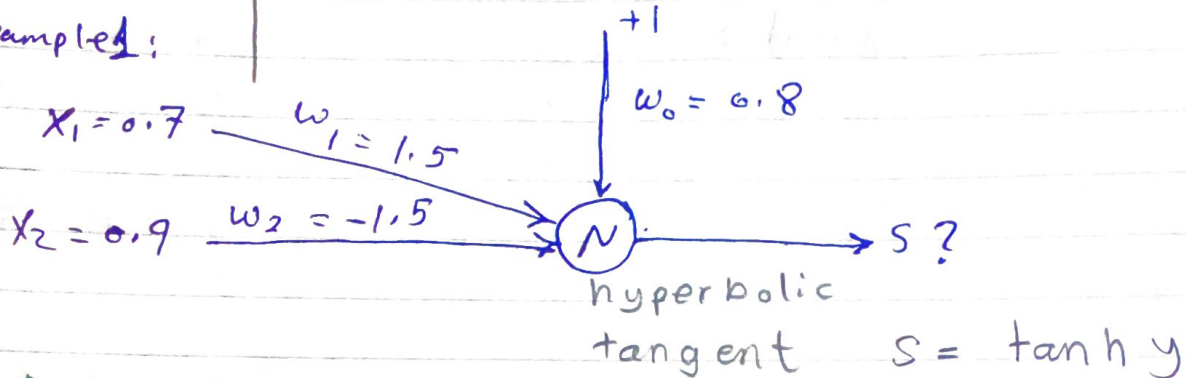
نستخدم \tanh لدراسة علاقاتها معروفة (التفاضلات المتضبات)

$$\text{sech } x = \frac{1}{\cosh x}$$



لو حيت ± 1 الجواب مرفوض
باضد القيم الموجبة لحد 1 بس

Example 1:



Activation

$$y = (0.7)(1.5) + (0.9)(-1.5) + 0.8 = 0.5$$

output signal, for a hyperbolic tangent function as a bipolar sigmoid

$$S = \tanh y = \tanh 0.5 = 0.462$$

Example 2:

في حالة السابقة، جربنا x_1, x_2 والوزن w_1, w_2 لم نثبتها
عنا قيم السابقة، بينا Bias weight w_0 اعتبر Parameter لتعديله
أو w_0 لما إذا كانت الإثارة الناتجة 0.81

$$s = \tanh y \Rightarrow y = \tanh^{-1} s$$

$$\text{for } s = 0.81 \Rightarrow y = \tanh^{-1} = 1.127$$

$$y = (0.7)(1.5) + (0.9)(-1.5) + w_0$$

عوض
وحدات w_0

$$1.127 = -0.3 + w_0$$

$$w_0 = 1.427$$

المعرف مع مسائل نبقي familier مع ال ANN

Example 3:-

Find the value of the derivative of the output signal with respect to the activation in ex 2

$$S = \tanh y \rightarrow \frac{ds}{dy} = \frac{d(\tanh y)}{dy} \\ = \operatorname{sech}^2 y = 1 - \tanh^2 y$$

$$\boxed{\frac{ds}{dy} = 1 - s^2}$$

For the previous example

$$\frac{ds}{dy} = 1 - (0.81)^2 = 0.344$$

Example 4:-

a neuron employs a hyperbolic tangent function. Under certain operating conditions; the derivative of the output signal S with respect to the activation y is found to be 0.441. Find the values of y and S

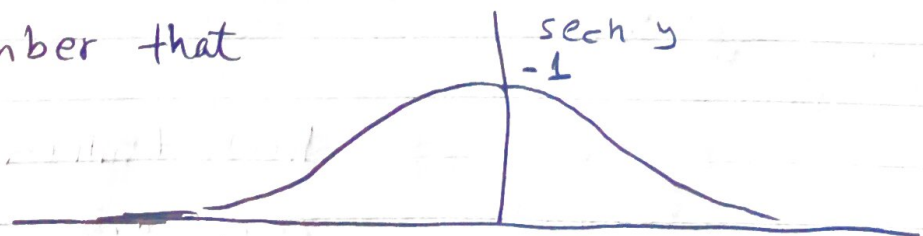
Solution:-

$$S = \tanh y \quad \leftarrow \text{معطى}$$

$$\frac{ds}{dy} = \operatorname{sech}^2 y = 0.441$$

$$\Rightarrow \operatorname{sech} y = \sqrt{0.441} = \pm 0.664$$

Remember that



الإشارة إلى أن sech دالة زوجية

$$\therefore y = \operatorname{sech}^{-1}(0.664) = \pm 0.968$$

هنا يقع قيمته على \pm لأن sech دالة زوجية

$$S = \tanh(\pm 0.968)$$

$$= \pm 0.748$$

هنا يقع قيمته على \pm موجوده

في مدى نطاق \tanh من $[-1, 1]$

Alternative Solution: يمكن حلها بطريقة أخرى كما يلي:

$$S = \tanh y$$

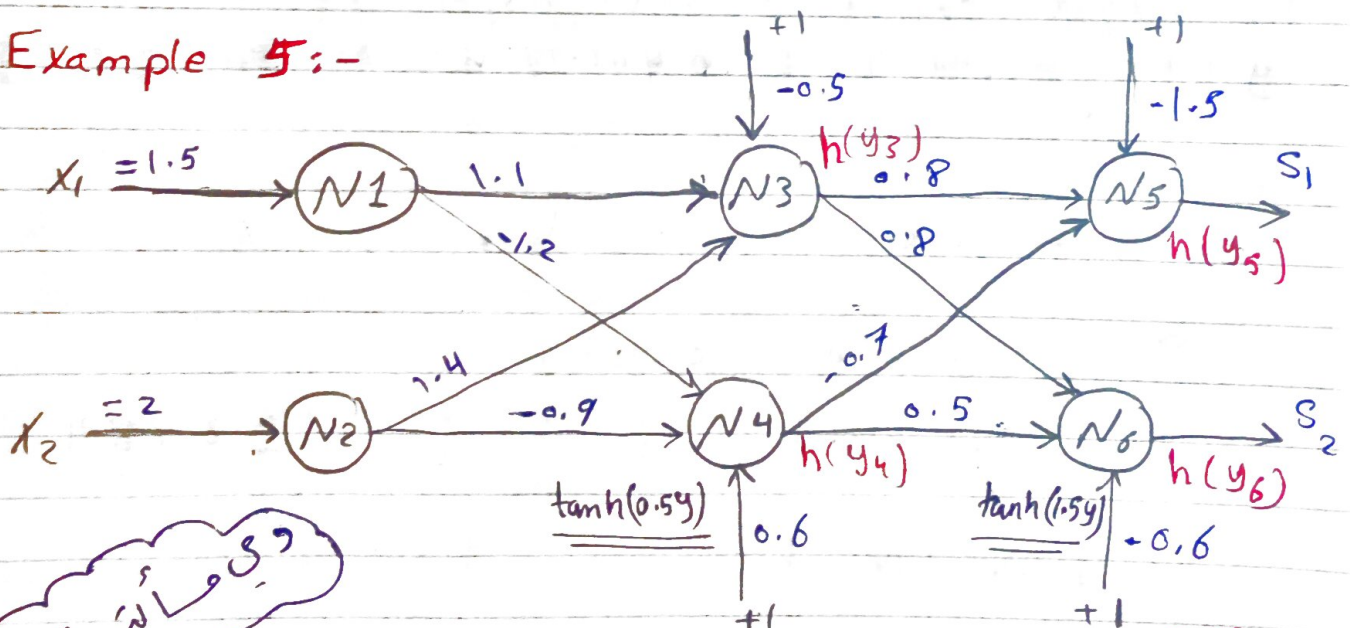
$$\frac{ds}{dy} = 1 - \tanh^2 y = 0.441$$

$$\tanh y = \sqrt{1 - 0.441} = \boxed{\pm 0.748} \rightarrow (S)$$

$$y = \tanh^{-1} S = \tanh^{-1}(\pm 0.748)$$

$$= \pm 0.968$$

Example 5:-



دالة تنشيط

Activation Function

$$h(x) = \tanh(\alpha x)$$

$$\alpha = 0.5$$

Hidden Layer

output

$$\alpha = 1.5$$

* For Hidden neuron N_3 ($\alpha = 0.5$)

Activation,

$$\# y_3 = (1.5)(1.1) + (2)(1.4) - 0.5 = 3.95$$

$$\# \text{output } h(y_3) = \tanh(0.5 y_3) = \tanh(0.5 \times 3.95) = 0.962$$

\uparrow
hyperbolic

* For Hidden neuron N_4 ($\alpha = 0.5$)

Activation

$$\# y_4 = (1.5)(-1.2) + (2)(-0.9) + 0.6 = -3$$

$$\# \text{output } h(y_4) = \tanh(0.5 y_4) = \tanh(0.5 \times -3) = -0.905$$

* For output N_5 ($\alpha = 1.5$)

$$\begin{aligned} \# \text{Activation, } y_5 &= h(y_3)(0.8) + h(y_4)(-0.7) - 1.5 \\ &= (0.962)(0.8) + (-0.905)(-0.7) - 1.5 \\ &= -0.097 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \# \text{output signal, } S_1 &= h(y_5) = \tanh(1.5 y_5) \\ &= \tanh(-1.5 \times 0.097) = -0.144 \end{aligned}$$

* For output N_6 ($\alpha = 1.5$)

$$\begin{aligned} \# \text{activation, } y_6 &= h(y_3)(0.8) + h(y_4)(0.5) - 0.6 \\ &= (0.962)(0.8) + (-0.905)(0.5) - 0.6 \\ &= -0.283 \end{aligned}$$

output signal S_2 ;

$$\begin{aligned} S_2 &= h(y_6) = \tanh(1.5 y_6) = \tanh(-1.5 \times 0.283) \\ &= -0.401 \end{aligned}$$

تستطيع في كثير من الأحيان أن نوجد قيم الـ Inputs لا بد أن يعرف الـ outputs

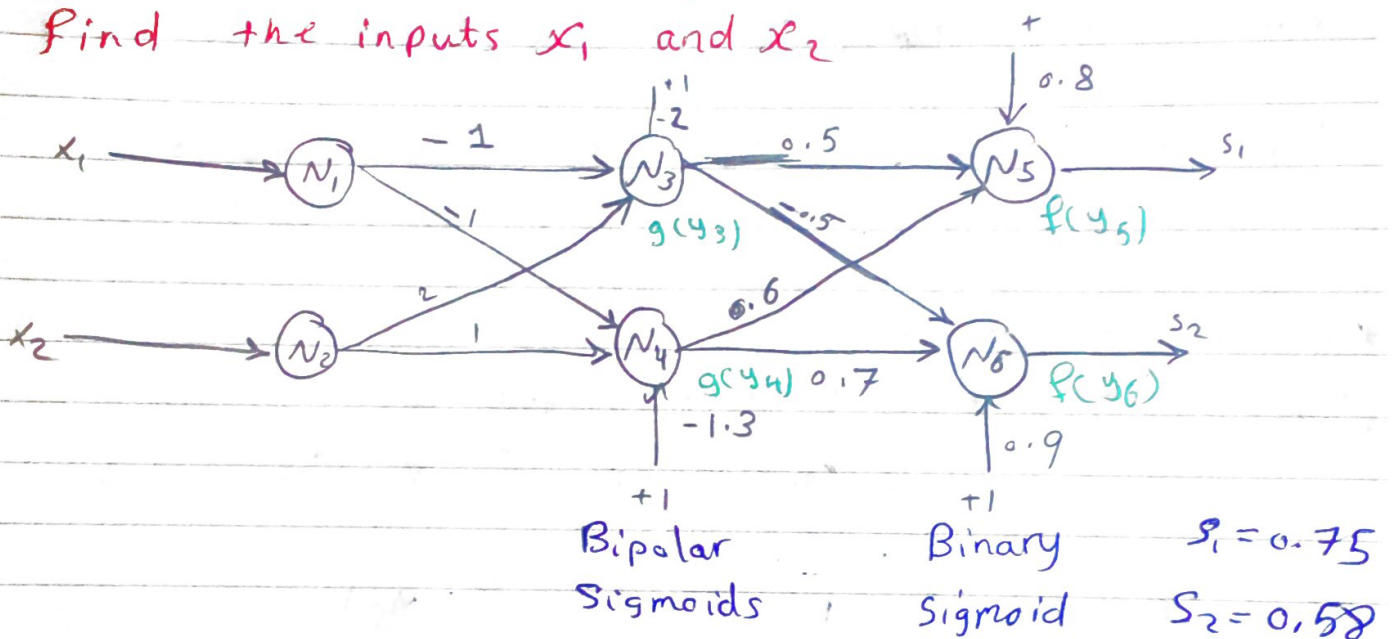
given the outputs of ANN, find the inputs

Example 6:-

* In the two-input, two-output neural network shown, the hidden neurons employ bipolar sigmoidal functions while the output neurons employ binary sigmoidal functions. If the outputs are measured as

$$S_1 = 0.75 \text{ and } S_2 = 0.58$$

find the inputs x_1 and x_2



طالما يذكر في السؤال قيمة α فنكاد أنها 1

output layer (N5 and N6) (Binary Sigmoids)

$$N_5 \Rightarrow y_5 = \ln \left(\frac{S_1}{1-S_1} \right) = \ln \left(\frac{0.75}{1-0.75} \right) = 1.099$$

$$N_6 \Rightarrow y_6 = \ln \left(\frac{S_2}{1-S_2} \right) = \ln \left(\frac{0.58}{1-0.58} \right) = 0.323$$

$$y_5 = 0.5 g(y_3) + 0.6 g(y_4) + 0.8 = 1.099$$

$$\Rightarrow 0.5 g(y_3) + 0.6 g(y_4) = 0.299 \quad \dots (1)$$

$$y_6 = -0.5 g(y_3) + 0.7 g(y_4) + 0.9 = 0.323$$

$$\Rightarrow -0.5 g(y_3) + 0.7 g(y_4) = -0.557 \quad \dots (2)$$

حل معادلتين في مجهولين

لحل معادلتين ① و ②

$$g(y_3) = 0.855$$

$$g(y_4) = -0.214$$

Now we move to the hidden layer where the activation is bipolar sigmoid

$$y_3 = \ln \left(\frac{1 + g(y_3)}{1 - g(y_3)} \right) = \ln \left(\frac{1 + 0.855}{1 - 0.855} \right) = 2.549$$

$$y_4 = \ln \left(\frac{1 + g(y_4)}{1 - g(y_4)} \right) = \ln \left(\frac{1 + (-0.214)}{1 - (-0.214)} \right) = -0.435$$

مع جهة أخرى، يمكن كتابة

$$y_3 = -x_1 + 2x_2 - 2$$

$$\Rightarrow -x_1 + 2x_2 = 4.549 \quad \dots (3)$$

$$y_4 = -x_1 + x_2 - 1.5 = -0.435$$

$$-x_1 + x_2 = 0.865 \quad \dots (4)$$

لحل ③ و ④

$$x_1 = 2.819$$

$$x_2 = 3.884$$

Simultaneously

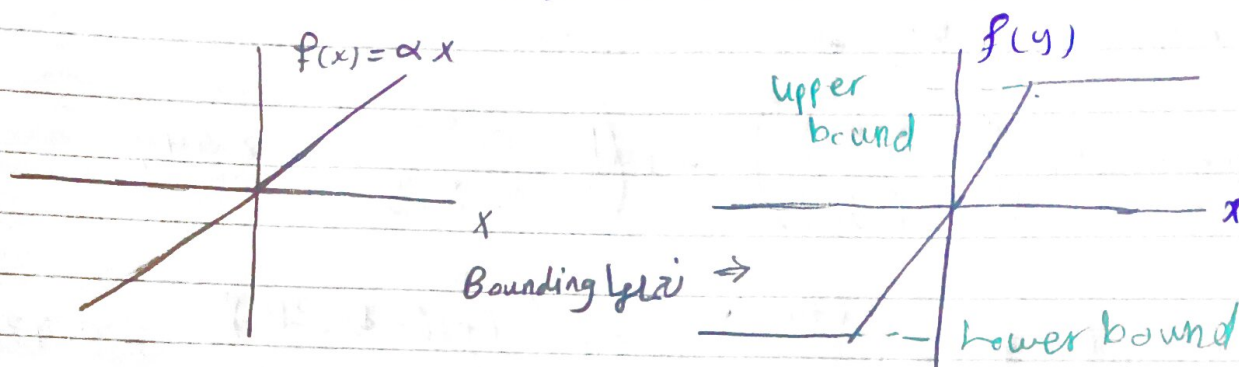
نلاحظ أنه في الحل السابق تم حل معادلتين ① و ② لاستخراج y_3 و y_4 ثم بعد ③ و ④ تم إيجاد قيم x_1 و x_2

نلاحظ أننا في الحل السابق عكسنا لتدفق البيانات output ← input حيث بدأنا من الـ output لا يمكنه وهو معطى، وانقلنا إلى إيجاد قيم الـ inputs

Summary:

Input \rightarrow output (Forward Path) \rightarrow input - hidden - output
 Output \rightarrow Input (Backward Path) output - hidden - input

Sometimes we use a linear function for activation

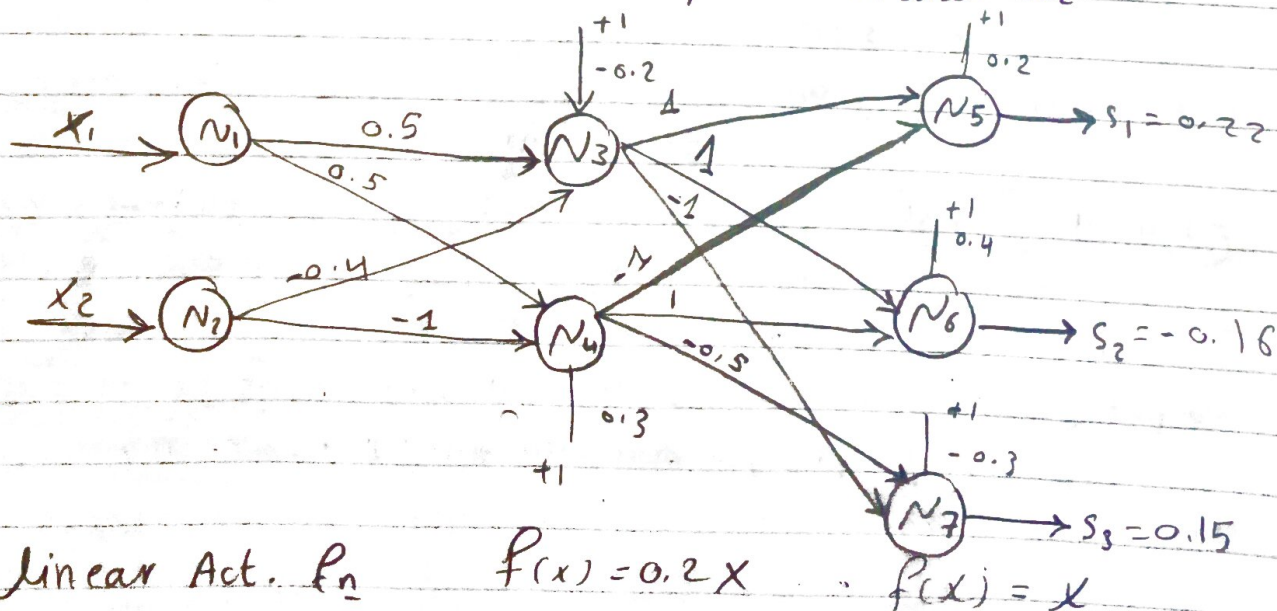


Bounds (حدود) تعیین می‌کنند که خروجی هر نورون باید در چه بازه‌ای باشد.

Example 7:-

Consider the two-input, three-output neural network shown. The hidden and output neurons employ linear functions of the form $f(x) = \alpha x$; with $\alpha = 0.2$ for each hidden neuron and $\alpha = 1$ for each output neuron.

If the outputs are found to be $S_1 = 0.22$, $S_2 = -0.16$, $S_3 = 0.15$, determine the inputs x_1 and x_2 .



Outputs of the network

$$S_1 = f(y_5) = y_5 \quad \text{Since } f(x) = x \text{ (linear)}$$

$$= 0.22$$

$$S_2 = f(y_6) = y_6 = -0.16$$

$$S_3 = f(y_7) = y_7 = 0.115$$

Activations of the output neurons

$$y_5 = (1) f(y_3) + (-1) f(y_4) + 0.2 = 0.22$$

$$f(y_3) - f(y_4) = 0.02 \quad \dots (1)$$

$$y_6 = (1) f(y_3) + (1) f(y_4) + 0.4 = -0.16$$

$$f(y_3) + f(y_4) = -0.56 \quad \dots (2)$$

حتمه نجب الناتج من معادلتين بس لازم إعتد منها مع y_7 للتأكد من إمكانية وجود حل

$$y_7 = (-1) f(y_3) + (-0.5) f(y_4) + 0.3 = 0.115$$

$$f(y_3) + 0.5 f(y_4) = -0.415 \quad \dots (3)$$

إذا كانت المعادلات مستقلة عن بعضها وعددها أكبر من عدد المعادلات يكون هناك عدد لا نهائي من الحلول (لا يوجد حل)

* تلخص ما نأمله الشبكة مخفية بالتالي لازم هلاقي حل .

* هنا لدينا ثلاث معادلات في مجهولين $f(y_3)$ و $f(y_4)$ وإذا كانت هذه المعادلات مستقلة عن بعضها البعض فلا يوجد حل (عدد معادلات أكبر من عدد المجهولين) ولكن بما أنه الشبكة تقدم في ظروف معينة وإذا لابد أنه لا يكون هناك في مواصفات الشبكة أي تعارض فيزيائي أو رياضي أو منطقي

* بالتالي نتوقع أنه المعادلات الثلاث السابقة هي في الواقع معادلات (والمعادلة الثالثة معقدة عليهما)

✱ هذا يعني أنه يكفي لإيجاد الجواب $f(y_3), f(y_4)$ أنه حل معادلتين فقط من المعادلات الثلاث وسنجد أن النتيجة تحقق تلقائياً المعادلة الثالثة ✱
 ✱ نختار حل معادلتين (1) (2) فقط

$$f(y_3) = -0.27$$

$$f(y_4) = -0.29$$

بحسب أن معادلتين المعتمدين على معادلة رقم (3)

✱ Activations of the hidden neurons

$$y_3 = \frac{f(y_3)}{0.2}$$

$$\text{since } f(y_3) = 0.2 y_3$$

$$= \frac{-0.27}{0.2} = -1.35$$

$$= 0.5 x_1 - 0.4 x_2 - 0.2$$

$$\Rightarrow 0.5 x_1 - 0.4 x_2 = -1.15 \quad \text{--- (4)}$$

$$y_4 = \frac{f(y_4)}{0.2} = \frac{-0.29}{0.2} = -1.45$$

$$= 0.5 x_1 - x_2 + 0.3$$

$$\Rightarrow 0.5 x_1 - x_2 = -1.75 \quad \text{--- (5)}$$

✱ حل المعادلتين (4) و (5)

$$x_1 = -1.5$$

$$x_2 = 1$$

Example 8:-

A single neuron receives two inputs $x_1 = 0.8$ and $x_2 = 1.2$ with weights $w_1 = 1.6$ and $w_2 = 0.6$, respectively. the bias weight is

$w_0 = 1.4$ the neuron employs a hyperbolic tangent f_n in the form

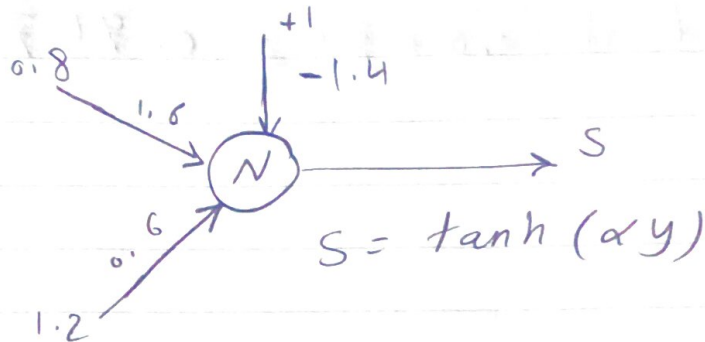
$S = \tanh(\alpha y)$. Where S is the output [10]

Signal. y is the activation and α is a positive parameter.

The derivative of S with respect to y is found to be 0.311

Calculate the values of α , y , and S .

Solution



* Activation

$$y = (0.8)(1.6) + (0.6)(1.2) - 1.4 = \boxed{0.6}$$

* Derivative

$$\frac{ds}{dy} = \alpha \operatorname{sech}^2(\alpha y) = \alpha [1 - \tanh^2(\alpha y)]$$

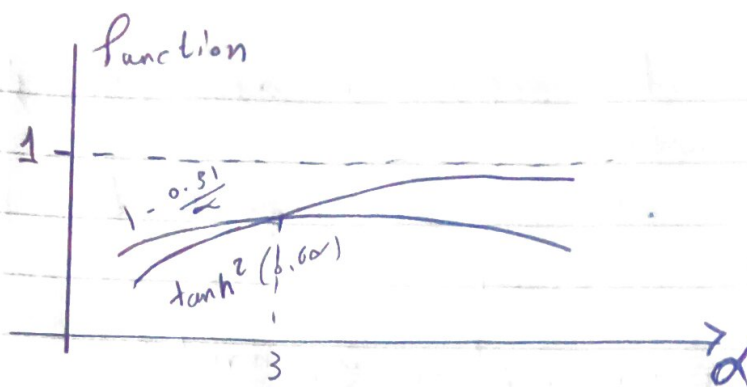
Trick \rightarrow

$$= 0.311$$

$$\tanh^2(0.6\alpha) = 1 - \frac{0.311}{\alpha}$$

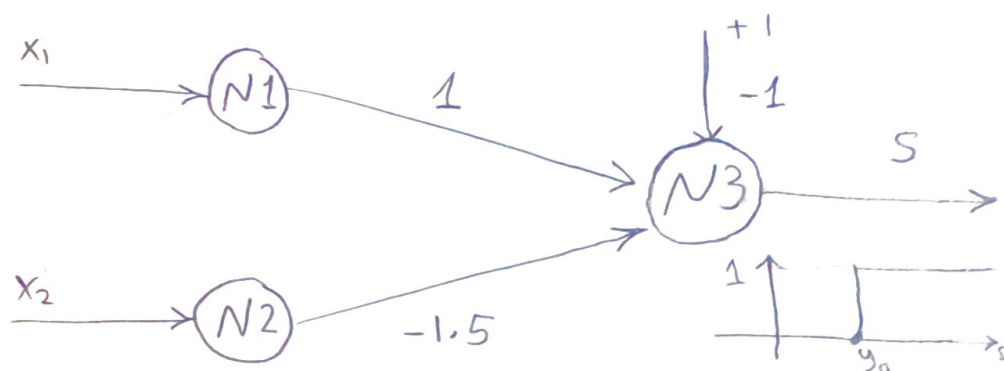
الآن نستخدم مبرهن لاجراء الحسابات السابقة برسم مخطط الطرفين
اليسار ومخطط الطرفين اليمين ونفعل التفاضل قد دققت
انني تحقق لمعادلة

α	1	2	3	4	5	6
$\tanh^2(0.6\alpha)$	0.228					
$1 - \frac{0.31}{\alpha}$	0.689					



output signal

$$s = \tanh(0.6 \times 3) = 0.947$$



* activation $y = x_1 - 1.5x_2 - 1$

① $x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow S = 1$
 $y = -1$

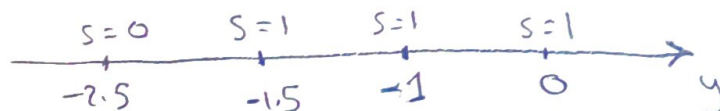
② $x_1 = 1, x_2 = 0 \Rightarrow S = 1$
 $y = 1 - 1 = 0$

③ $x_1 = 0, x_2 = 1 \Rightarrow S = 0$
 $y = -1.5 - 1 = -2.5$

④ $x_1 = x_2 = 1 \Rightarrow S = 1$
 $y = 1 - 1.5 - 1 = -1.5$

$x_1 + x_2$ table

x_2	x_1	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



$\therefore -2.5 < y_0 < -1.5$

check with $y_0 = -2 \Rightarrow$

① $y = -1 > -2 \Rightarrow S = 1$

③ $y = -2.5 < -2 \Rightarrow S = 0$

② $y = 0 > -2 \Rightarrow S = 1$

④ $y = -1.5 < -2 \Rightarrow S = 1$